

# CÁLCULO ESCRITO Y PÉRDIDA DE SIGNIFICACIÓN

Alicia Ávila

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL, UNIDAD AJUSCO / MÉXICO  
aavila@correo.ajusco.upn.mx

**INTRODUCCIÓN.** Es de todos conocido que los jóvenes y adultos no escolarizados cuentan con importantes destrezas de cálculo desarrolladas a partir de su actividad en el mundo. Por otro lado, ha sido reiteradamente señalado, el cálculo mental que se practica cotidianamente se empobrece en el tránsito a la aritmética que se aprende en el sistema educativo.

Con el interés de aportar elementos para la reflexión sobre esta problemática y ofrecer algunas pistas para enfrentarla, en las líneas que siguen se analizan los primeros encuentros de los asistentes a un círculo de alfabetización con el algoritmo de la adición, esto es, con la suma escrita. Los sucesos tienen lugar en el marco de una investigación tendiente a experimentar una forma alternativa de enseñar las matemáticas *formales*. Como veremos, falta mucho por hacer para estar en condiciones de ofrecer un encuentro más suave y significativo con las escrituras numéricas, las cuales constituyen parte importante del saber matemático que se comunica en la educación de jóvenes y adultos.

**UN PREÁMBULO NECESARIO: EXPERIENCIA Y SENTIDO DE LOS NÚMEROS DECIMALES.** A ninguno de los asistentes al círculo en el que



se enmarcan estas reflexiones le resultaba simple la lectura. Particularmente en los inicios de la experiencia, se hacía deletreando, generándose así una pérdida casi total de la significación. Tal forma de leer se favorecía porque la alfabetizadora utilizaba el método onomatopéyico, introduciendo "letra por letra". A decir de los participantes, su habilidad para la lectura era escasa porque casi no habían practicado "juntar las letras"; así pues, se sentían más cómodos e incluso entusiasmados cuando en la sesión de matemáticas hacían ejercicios de cálculo mental. La tensión también disminuía cuando los números correspondientes a una situación se presentaban en anuncios de tiendas o supermercados; sin duda esto se debía a

que aquellos se situaban en el contexto en que comúnmente se utilizan.

Efectivamente, hoy sabemos que las personas han construido un sistema de lectura de números que funciona mediante la interacción de varios elementos: el conocimiento de los dígitos, la construcción de hipótesis acerca del valor de los números representados y el uso de elementos del contexto para probar tales hipótesis (Ávila; 1997). Este sistema de lectura es el que se pone en

práctica en el episodio que a continuación se muestra:

Se está trabajando con anuncios de supermercado. En el primero aparece una toronja cuyo precio por kilo es de \$3.60.

*Investigador:* ¿Qué es lo que hay en el dibujo?

(Se hacen diversos comentarios: "es una naranja"; "es un círculo"; "hay también una media naranja".)

*Investigador:* ¿Y estos números? (señalando el \$3.60).

*Ligio:* ...trescientos sesenta y nueve...no... trescientos sesenta (pensativo).

(Los demás también se ven pensativos, como tratando de entender por qué es \$ 360.)

(Ligio repite "trescientos sesenta", pero no se ve muy convencido.)

*Investigador:* ¿Qué pasa?

*Jesús* (se ríe): Es que es muy cara.

*Ligio:* No, es tres-sesenta, dice tres-sesenta.

*Investigador:* ¿Cómo sabemos que dice tres-sesenta?

*Ligio:* Sería muy cara trescientos sesenta.

(Todos se ríen.)

*Investigador:* Entonces...

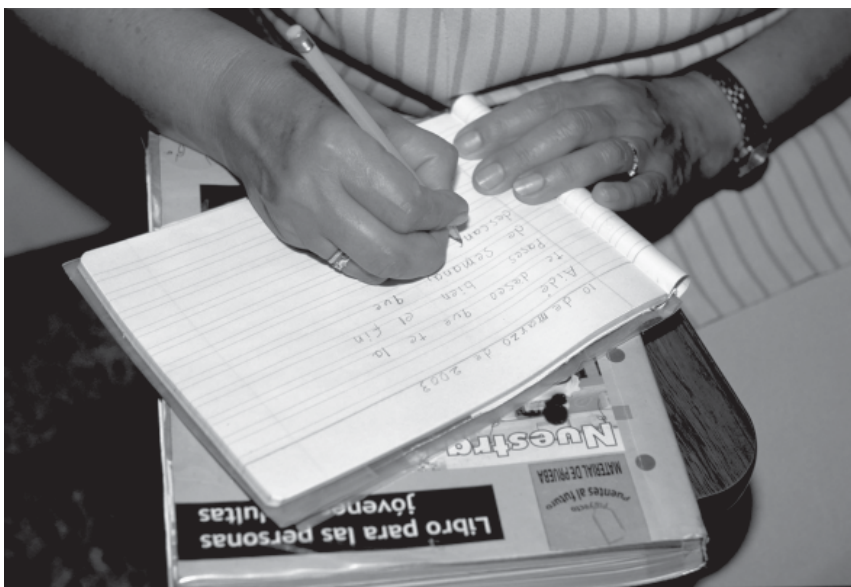
*Martha:* Es tres-sesenta [...].

Como puede verse, la situación colaboró en la construcción del significado finalmente otorgado a las cifras, pues el precio de la fruta debe estar en un rango que conforme a la experiencia de quien hace la lectura resulte razonable. Esto es determinante en la interpretación de la escritura decimal que hace Ligio, la cual al término de la interacción es correcta y aceptada por el resto de los asistentes.

**ADICIÓN ESCRITA Y PÉRDIDA DE SIGNIFICACIÓN.** Sin embargo, no siempre la experiencia de vida es útil para enfrentar la matemática que se ofrece en el servicio educativo, ni el contexto colabora en la construcción del sentido. Interpretar las escrituras numéricas, particularmente las correspondientes a las operaciones, es una tarea difícil para quienes no tienen familiaridad con ellas. Y es que esta escritura es un sistema cuyas reglas no resulta fácil entender y utilizar. Testimonio de ello es un episodio en el que participan Martha, una joven empleada doméstica de 26 años que mostraba destrezas importantes con el cálculo mental, y Jesús, un mozo de 18 años cuyo desempeño con el cálculo no escrito era menos destacado que el de Martha. El episodio corresponde a los primeros (y difíciles) encuentros con la *suma escrita*:

Es la tercera sesión de trabajo. Se están resolviendo algunos problemas sencillos a partir de la ilustración de un puesto de mercado en el que se venden diversos productos y cada uno de ellos tiene un cartel que indica el precio.

Se supone que los asistentes ya conocen bastantes números entre 1 y 100 y comienzan a hacer sumas escritas utilizándolos. Antes de iniciar la investigación que da pie a estas reflexiones, la alfabetizadora ya había dedicado tiempo a dichos temas, aunque utilizando la manipulación de símbolos y la repetición. Un producto de tales enseñanzas son algunas planas de números y sumas de dos o tres dígitos dispuestas en columna. En el proceso de investigación se han comenzado a abordar ambos temas desde otra perspectiva. La situación del mercado es parte de la secuencia preparada; con ella se pretendía introducir a la escritura de



sumas sencillas aprovechando los saberes desarrollados por la alfabetizadora.

El problema que da pie a la interacción es el siguiente:

¿Cuánto hay que pagar por dos cubetas y una blusa? (En la ilustración los artículos tienen anotado respectivamente \$8 y \$14).

Martha y Jesús han ido haciendo anotaciones y comentarios entre ellos. Jesús dice: "¡No sale!". Martha hace un comentario similar. En sus cuadernos, han escrito lo siguiente:

	Martha	Jesús
1	88	88
<u>+4</u>	<u>+14</u>	<u>+14</u>
5		

El 5 obtenido por Martha es resultado de descomponer el 14 y colocar el 1 y el 4 resultantes a la manera de dos sumandos y luego operar con ellos como si ambos representaran grupos de unidades. La segunda suma —en la cual se ha compuesto un único número (88) a partir de dos ochos que representaban unidades— Martha la escribió con base en las sugerencias de Jesús; sin embargo, ni él ni ella intentan resolverla. La expresión en sus caras indica que perci-

ben que algo está mal; ha surgido un conflicto entre sus expectativas de solución y las escrituras que han logrado producir.

Jesús dice a la investigadora: ¡Mire, no va a salir!

*Investigador:* A ver, ¿pues qué es lo que compraron?

*Martha:* ¡Las cubetas y la blusa, pero no sale!

*Investigador:* a ver, ¿Dónde está lo de una cubeta?

*Jesús:* Aquí (señala un 8).

*Investigador:* ¿Y lo de la otra cubeta?

*Jesús:* (señala el otro 8).

*Investigador:* A ver, dicen que son 8 de una cubeta y 8 de la otra, ¿entonces qué pasó?

Jesús y Martha se voltean a ver, se ríen pero no responden.

*Investigador:* A ver, ¿qué pasó? Son 8 de una cubeta y 8 de la otra, pero como ustedes los pusieron juntos, ¿qué número se hizo?

Jesús y Martha se quedan pensativos:

*Jesús* (después de pensar un poco): ¿88?

*Investigador:* Sí, 88. Y 8 de una cubeta y 8 de otra, ¿son 88?

(Se ríen).

*Martha:* (en un tono jocoso habitual en ella): ¡Son 16! (Risas).

*Investigador:* Sí, por eso no les salía, porque en vez de 16 pusieron 88. Si quieren escribir 8 y 8 deben ponerlo así: (anota en columna los dos 8's; en seguida, sin que se le pida, Martha "completa" la suma escribiendo el 14 y configura la columna siguiente):

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

*Jesús:* ¡Mire, maestra, mire cómo escribió Martha ahora! (Jesús ya colocó correctamente las cantidades en su cuaderno, anotando el 1 del 14 en el lugar que corresponde a las decenas).

*Investigador:* A ver, Martha, ¿dónde están los 14 [pesos] de la cubeta, dónde los dejaste? (Jesús observa).

*Martha:* (Se ríe, no responde, se ve confundida).

*Investigador:* A ver, que Jesús te explique cómo anotó el 14...

(Martha no espera que Jesús le explique, observa el cuaderno de éste y corrige su escritura pero ambos continúan sin hacer la suma).

*Investigador:* ¿Por qué ahora no quieren hacer las cuentas como el otro día que las hicimos "en la cabeza" y les salían muy bien?

(Silencio)

*Investigador:* ¿Por querer escribir se están confundiendo?

*Martha:* Sí (asiente también con la cabeza).

*Investigador:* Bueno, vamos a hacerlo "en la cabeza" y luego veremos cómo se debe escribir.

Se hace la cuenta "nada más pensando", todos la resuelven bien [...].

**SABER CÁLCULO MENTAL NO ES LO MISMO QUE SABER UTILIZAR EL LÁPIZ Y EL PAPEL.** Como puede verse, el que los adultos y los jóvenes cuenten con conocimientos aritméticos previos no significa que éstos les sean útiles en sus primeros acercamientos al cálculo con lápiz y papel. Todos los asistentes al círculo de alfabetización mostraron tener habilidades importantes de cálculo mental, particularmente Martha. Sin embargo, las dificultades para transitar a la escritura fueron evidentes incluso con la suma, que suele considerarse una operación sencilla.

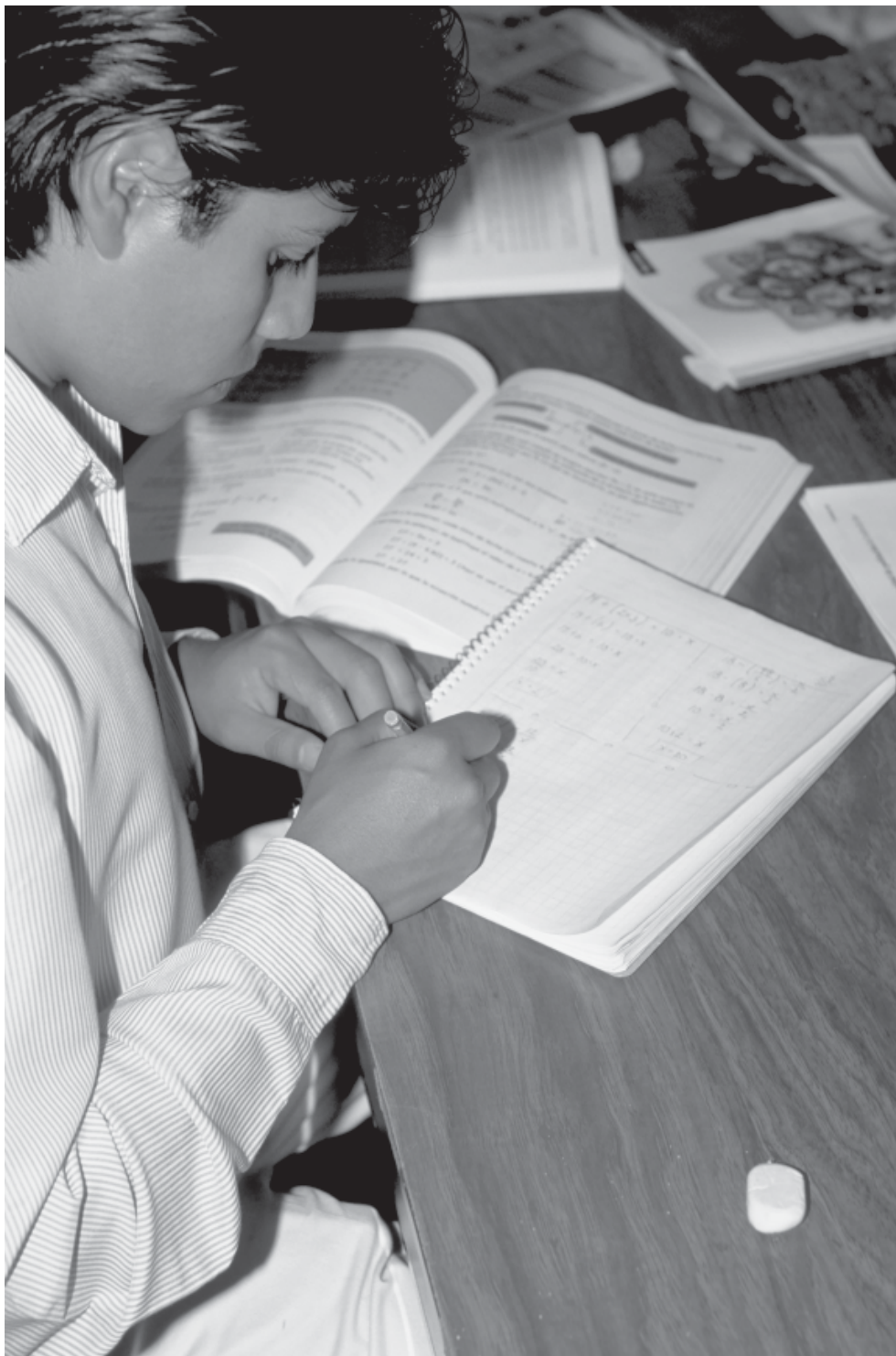
Sin duda las enseñanzas de la alfabetizadora derivaron en un aprendizaje carente de significado. Pero también se constata que las destrezas de Martha con el cálculo mental no le resultaron útiles para resolver por escrito el problema que le había sido planteado. Tales destrezas pueden ayudarle a ponderar la corrección de los cálculos, esto es muy importante, pero es insuficiente para comprender la escritura que trata de interpretar o producir, y más aún para operar utilizándolas. Hay razones para ello.

El algoritmo de la suma que se anota en el papel, se resuelve por columnas y de derecha a izquierda; adicionadas las unidades de orden inferior, se pasa luego a sumar las de orden inmediato superior; para hacerlo se repite el proceso antes usado, sin importar el valor relativo de la cifras; se procede reiteradamente de este modo, hasta agotar las unidades de diferentes órdenes es decir, todas las columnas. Este procedimiento es distinto del que las personas usan cuando calculan mentalmente para resolver problemas cotidianos. En este último caso se tiene como referente principal el manejo del dinero y las estrategias son más flexibles, pero por lo general se suma comenzando por las cantidades con mayor valor relativo, como serían los billetes de mayor denominación y luego los de menor valor, hasta llegar a las monedas (Mariño; 1983; Ávila; 1990). Don José, un analfabeto muy avezado en el cálculo con dinero, nos lo dijo en los siguientes términos: "Primero cuenta uno los billetes, hasta después los quintos, si no, estaría uno al revés".

Comparando con el cálculo sobre papel, lo anterior equivaldría a sumar primero las centenas, luego las decenas y hasta después las unidades, pero manteniendo en mente el valor relativo de las cifras (cienes, dieces, unos...). *Tal forma de descomponer los números y operar con ellos permite la conservación del sentido* durante la realización del cálculo.

Después de este escueto análisis, podemos regresar a las escrituras de Martha. Ella sabe que 8 y 8 no son 88 sino 16; también sabe que 80 pesos corresponden a 8 monedas de 10; *su problema no es conceptual, es de escritura:* pues —entre otras cosas— parece no haber descubierto que la posición de los números está vinculada al valor que representan.

Es razonable pues pensar que Martha, teniendo sólo como experiencia al respecto las sumas que la alfabetizadora le había enseñado mecánicamente, y no contando con suficientes referentes que le dieran significado a la disposición espacial y a la descomposición o composición de los números, podría hacerse las siguientes pre-



guntas: ¿por qué el 14 no puede descomponerse y debe colocarse en un solo renglón? ¿Por qué los ochos deben colocarse uno debajo del otro y no uno adelante del otro, con la misma disposición que el 14? ¿Por qué hay que empezar a sumar por la derecha (las unidades de menor orden) y no por la izquierda (las de mayor orden)?

Algunas sesiones más adelante, efectivamente Martha y algunos otros de los asistentes se plantearían esta última interrogante.

Las respuestas a estas preguntas sólo pueden provenir de la comprensión del sistema decimal de numeración (agrupamientos recursivos de 10 en 10, valor relativo

de las cifras dependiente de los agrupamientos que representan) y de las propiedades de la adición (asociatividad, conmutatividad), a la vez que del conocimiento de las reglas definidas para operar con los números cuando lo hacemos por escrito. Estas reglas incluyen desde la disposición espacial de las cifras y su descomposición, hasta la dirección en que ha de realizarse el cálculo, pero es indispensable señalar que en esto hay una cierta dosis de arbitrariedad, por ejemplo, al sumar: ¿por qué disponer en una determinada configuración las cifras? ¿No sería posible colocarlas de otra manera? ¿Por qué empezar por la derecha y no por la izquierda? ¿No sería posible proceder a la inversa? Es posible responder afirmativamente estas preguntas, porque las reglas para realizar los cálculos no apelan sólo a las propiedades de los números y de las operaciones, sino también a la rapidez y la economía y son únicamente convenciones que tienen una justificación de otro orden. Hasta dónde esta justificación deba incorporarse a la educación de jóvenes y adultos aún no es claro.

Lo anteriormente expuesto seguramente revela que la búsqueda de acceso a la aritmética escrita puede llevar a momentos de real estancamiento y confusión. Los datos proporcionados por Carmina Sánchez y por Concepción Ferreira en este mismo

número de **Decisio** testimonian desde otro ángulo el mismo problema. Dicho simplemente y en palabras de los participantes en el círculo cuya experiencia aquí referí: "se hacen muchas bolas".

#### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES PARA LA ACCIÓN.**

Las personas que asisten a los círculos de alfabetización y educación para jóvenes y adultos practican en la vida un cálculo en el que se manipulan cantidades (dinero, kilos, paquetes...) y no necesitan escribir para realizarlo.

En la educación de jóvenes y adultos, el objetivo es que las personas manejen las formas convencionales del cálculo escrito, basadas precisamente en la manipulación de símbolos. *Lo deseable sería que el significado propio de la manipulación de cantidades no se perdiera al transitar a la manipulación simbólica.*

Sin embargo, no es fácil que cuando las personas escriben las cuentas conserven en la mente el significado de los datos a los que refiere el problema, que *vean* los billetes o las monedas, como si *los ven* cuando calculan mentalmente. Las disposiciones espaciales de la escritura numérica y los mecanismos que permiten operar con ella (por ejemplo *romper los números* y empezar a operar por las unidades de menor orden) los desdibujan.

En la experiencia referida, una estrategia que encontré para que el significado volviera al cálculo escrito que realizaban los asistentes al círculo fue la siguiente:

- Registrar los cálculos derivados de una situación-problema mediante escritura y disposición convencional;
- Hacer los cálculos correspondientes con *billetes* y *monedas* —principales referentes del cálculo cotidiano— modificando el orden usual del conteo (primero las monedas y luego los billetes), para contar en el orden en que se hace cuando se escribe (primero las unidades y luego las decenas);
- Anotar en la escritura convencional el resultado de los cálculos realizados con las *monedas* y los *billetes*.
- Utilizar el cálculo mental —que los participantes efectuaban conforme a sus estrategias personales— como instrumento para ponderar la validez de los resultados obtenidos.

Los más *despiertos* (si se me permite esta forma de hablar) eran los primeros en hallar el vínculo entre sus acciones de juntar o quitar dinero y la escritura de la suma o la resta por columnas. Por supuesto, quienes no necesitaban seguir este camino simplemente calculaban mediante los pasos propios del algoritmo escrito.

No hablé del complejo recorrido que llevó a los asistentes del círculo a un cierto manejo de los cálculos con lápiz y papel. Sólo señalaré que todavía al final de la experiencia, algunos de ellos evitaban seguir los pasos propios de los procedimientos escritos; lo hacían de la siguiente manera: anotaban el cálculo conforme a la escritura convencional, calculaban mentalmente para resolverlo; si les resultaba necesario, hacían registros personales (distintos del algoritmo escolar) para ayudar a la memoria, y anotaban con base en todo ello el resultado en la escritura convencional.

\*\*\*

La confusión de Martha que he narrado en este breve artículo, pone de manifiesto la magnitud del desafío que tiene la educación de jóvenes y adultos para conservar el sentido del cálculo cotidiano cuando se transita a la arit-

mética escrita. De manera rudimentaria, comenté también una forma de colaborar en la conservación de dicho sentido. Es apenas un comienzo. Es necesario permanecer en la búsqueda.□

### Lecturas sugeridas

ÁVILA, ALICIA, 1997, "Repensando el currículo de matemáticas para la educación de jóvenes y adultos", en varios autores, *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*, UNESCO- Santiago, Santiago de Chile. [www.unesco.cl/07.htm](http://www.unesco.cl/07.htm); [www.crefal.edu.mx](http://www.crefal.edu.mx)

ÁVILA, ALICIA, 1990, "El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*. México, vol. XX, núm. 3, Centro de Estudios Educativos, pp. 55 – 95, México.

[ceemexico@compuserve.com.mx](mailto:ceemexico@compuserve.com.mx);  
[jmarquez@crefal.edu.mx](mailto:jmarquez@crefal.edu.mx)

DELPRATO, MA. FERNANDA, 2002, *Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática*, maestría en ciencias, Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México. [www.cinvestav.mx/die](http://www.cinvestav.mx/die)

MARIÑO, GERMÁN, 1983, *¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Constataciones y propuestas*, Dimensión Educativa, Bogotá. [dimed@col1telecom.com.co](mailto:dimed@col1telecom.com.co)

---

La historia de la humanidad es cada vez más una carrera entre la educación y la catástrofe.

*Herbert George Wells, escritor inglés, 1866-1946.*

---

