

Imagen: Armando López Castañeda. *Según mis cálculos* (fragmento).

Trabajo colectivo en un aula heterogénea sobre formas de simbolización de la operatoria aditiva

María Fernanda Delprato

Facultad de Filosofía y Humanidades,
Universidad Nacional de Córdoba.
Córdoba, Argentina
ferdelprato@hotmail.com

Gabriela Aguilar

Docente de nivel primario de adultos,
Córdoba, Argentina
lacasarosita@yahoo.com.ar

Introducción

En este artículo retomamos hallazgos de la tesis *Condiciones para la enseñanza matemática a adultos de baja escolaridad* (Delprato, 2013) en la que buscamos reconstruir algunas condiciones de enseñanza de saberes matemáticos en el nivel primario de educación de jóvenes y adultos y caracterizar problemáticas docentes para su enseñanza.

La reconstrucción de las condiciones de enseñanza fue realizada mediante el análisis de la toma de decisiones sobre la enseñanza matemática

que realizaron, de modo colaborativo, un grupo de adultos que participó en los talleres de educadores (Achilli, 2008) de un CENPA (Centro de Nivel Primario de Adultos) durante los años 2008 a inicios del 2010 en la ciudad de Córdoba, Argentina. Los CENPA forman parte, junto a otras instituciones, como las Escuelas Nocturnas y Centros de Apoyo Pedagógico (CAP), de la oferta de la provincia de Córdoba en primaria de EDJA (para profundizar su caracterización y origen histórico veáse Lorenzatti, 2005, p. 27). Algunos de sus rasgos son que poseen

uno o dos maestros a cargo de la enseñanza de toda la primaria y de tareas administrativas, y el cursado es en forma presencial de lunes a viernes, aunque hay acuerdos institucionales sobre la asistencia de los alumnos (divididos por grupos, posibilidad de asistencia irregular, entre otros).

Las decisiones durante los talleres se hicieron de modo colaborativo porque fueron decisiones situadas en respuesta a demandas formuladas por las docentes en el taller. Nos detendremos aquí en demandas sobre “¿cómo construir un proyecto común en una clase heterogénea?”, y “¿cómo habilitar en este espacio común un trabajo intelectual en torno a la simbolización matemática en poblaciones con experiencias previas de fracaso?”. Para ello rescataremos episodios de clases y procesos de toma de decisiones en el taller en torno a la construcción de experiencias de enseñanza alternativas sobre la operatoria aditiva.

Este trabajo surge luego de una entrevista diagnóstica que se toma habitualmente como parte del ingreso en el CENPA para reconocer los saberes disponibles en alumnos que llegan con trayectorias escolares diversas e interrumpidas. En algunas actividades que formaban parte de la entrevista, como veremos a continuación, aparecen técnicas heterogéneas, por los repertorios y propiedades disponibles de la numeración y de la adición, pero también por los modos de acceso a la simbolización convencional y a los algoritmos convencionales.

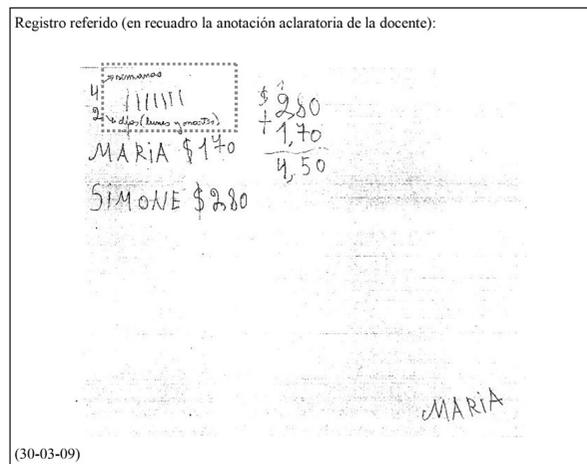
Actividades

Los adultos utilizan una amplia diversidad de técnicas para sumar

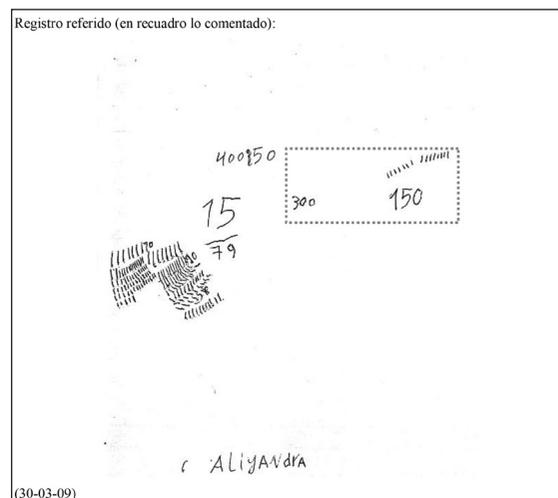
Como señalábamos, en una entrevista diagnóstica tomada en el periodo del trabajo de campo (a inicios del año 2009), se evidenció que los adultos resuelven los problemas de adición de formas muy diversas. Por ejemplo, frente a un problema en el que tenían que calcular cuánto ganaban María y Simón en una semana, sabiendo que María ganaba 170, y

Simón 280, los alumnos recurrieron a diversas técnicas utilizando los billetes que se les habían dado para facilitarles el proceso.

Así María, que escribe las cuentas como le enseñó su marido, pero además introduce comas imitando “la pinta” del que parece ser su ámbito de referencia, las cuentas del mercado, resuelve “usando sus dedos” para operar con los dígitos que encolumnó y tuvo dificultades para usar los billetes para verificar:



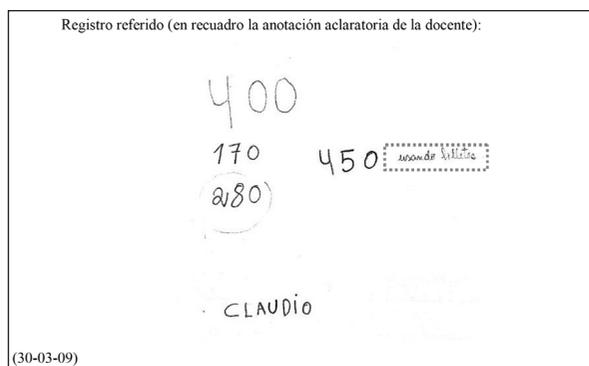
En cambio, Alejandra se detuvo a ver cómo operar con el 80 (del importe 280 que ganaba semanalmente Simón) y con el 70 (de los 170 que ganaba semanalmente María), haciendo palitos para representar los \$10 que tenía en ambos y luego contarlos y así agregarlos al 300 que ya había obtenido:¹



Dominga descompone los números a partir de la interpretación de su escritura y opera mentalmente escribiendo sólo los datos y el resultado. Ante el pedido de la docente: ¿“podés poner algo? Esto yo lo voy a mostrar. Para que la gente sepa cómo lo pensaste. ¿Qué escribirías?”. Incorpora a su registro la descomposición de uno de los sumandos y su reagrupamiento ($280 + 170 = 280 + 20 + 150 = 280 + 20 + 100 + 50 = 400 + 50$) produciendo el siguiente registro:



Claudio, a diferencia de los procedimientos anteriores, no usa una representación como apoyo del cálculo, sino que resuelve usando los billetes y sólo registra los datos sobre los que opera:



Las técnicas anteriores, aunque dispares en los conocimientos que subyacen, todas ellas, a excepción de la última de Dominga, tienen en común que deben recurrir al conteo para resolver. Así María cuenta los dígitos que encolumna en el algoritmo

convencional, Alejandra cuenta 7 de 10 y 8 de 10, y Claudio debe contar uno a uno los billetes. Estos constituyen indicios de que no existía un repertorio aditivo² común en todo el grupo, por lo que iniciamos un proyecto de trabajo sobre ello en el marco de la heterogeneidad manifiesta.

Distintas versiones de un juego para enfrentar la discontinuidad de la asistencia a las aulas de adultos

Además, este grupo heterogéneo en saberes matemáticos, como es recurrente en la EDJA, presentaba una asistencia discontinua; frente a ello debíamos pensar estrategias de inclusión de un grupo heterogéneo con asistencia discontinua, lo que significaba pensar el trabajo en torno a *versiones* de una misma actividad. Es decir, las *versiones* offician de proyectos que permiten delinear recorridos en los cuales habrá que incluir a sujetos con avances dispares (por sus conocimientos disponibles y/o por su asistencia irregular) en el marco de un trabajo simultáneo con todo el grupo.

Así por ejemplo, en el primer encuentro que observamos la implementación de estas versiones con el juego de dados que se describe en seguida, un grupo que participaba por primera vez lo hizo con la primera versión del juego. Luego de que la docente constató que podían jugar sin dificultades, les propuso participar en una segunda partida con una versión de mayor dificultad (versión 3), la misma que el resto del grupo. En otro grupo, cuando la docente observó que un/a alumno/a tenía dificultades en el registro y en el cálculo de totales con esta versión del juego, le propuso jugar con la versión de menor dificultad.

De esta manera se implementaron diversas versiones simultáneas de un juego en el que se empleaba un recurso común a partir del reconocimiento de la necesidad de basar la gestión docente en algo que le diera unidad al trabajo simultáneo con grupos con actividades diferentes, pero semejantes. Pensamos versiones diversas a partir del

uso de distinta cantidad de dados; de la variación del valor de cada punto del dado (según los billetes en circulación: 1, luego 2, 5...); y la incorporación de dados con distintos valores (los agrupamientos del sistema de numeración: 1, 10 y 100). Las versiones así construidas fueron: **versión 1:** 1 dado, a 5 jugadas; **versión 2:** 2 dados, a 5 jugadas; **versión 3:** 3 dados, a 5 jugadas; **versión 4:** cada punto del dado vale 2, a 5 jugadas; **versión 5:** cada punto del dado vale 5, inicialmente a 5 jugadas y luego rectificada a 2 jugadas; **versión 6:** utilizando dos dados, cada punto del dado blanco vale 1 y del dado rojo vale 10, a 2 jugadas. La meta del juego era determinar quién era el ganador, o sea, quién sacaba el puntaje más alto, para lo cual disponían de hojas para registrar lo que consideraran necesario.

La secuencia de implementación del juego preveía un espacio inicial de exploración de los dados, así como de la relación constante entre la suma de las caras opuestas (siempre dan 7); el juego fue colectivo, y para asegurar el dominio de las reglas se hicieron algunos pedidos de anticipación que se resolvieron en pequeños grupos para la versión 1: “¿cuál es la mayor cantidad de puntos que puedo obtener?, ¿y la menor?, ¿cómo se dan cuenta?”. Puesto que las diferentes versiones tenían diferente complejidad en el cálculo por los números en juego, como señalamos, la docente iba graduando el paso a las sucesivas versiones si no presentaban dificultades, decidiendo incluso posibles reestructuraciones de los grupos: mientras algunos participantes permanecían calculando los puntajes obtenidos, los restantes volvían a jugar o afrontaban una versión más compleja del juego. Habíamos previsto que los ejercicios con todas las versiones provocarían algún modo de registro como memoria de los puntajes obtenidos; así mismo, previmos que aparecería una disparidad de modos de registro debido a que no habíamos preestablecido un modo de organización de los mismos. Así, en dos de los tres grupos que se conformaron para jugar aparecen episodios vinculados a la decisión de qué registrar (sólo los puntajes propios o también del resto de los integrantes del grupo, por ejemplo).

Este proyecto asumía entonces los siguientes rasgos: la elección de una situación lúdica para el trabajo (que permitió el sostenimiento, por las docentes, de un trabajo autónomo de las alumnas); la construcción de versiones que pudieran convivir simultáneamente al interior del grupo de un ciclo y entre ciclos; la recuperación en esta construcción de versiones de los valores de los billetes de circulación (2, 5, 10, 20) y de algunas reglas de un juego de dados ya implementado en el grupo.

Esta disparidad de actividades en el marco del trabajo simultáneo en la clase permitió responder a la heterogeneidad del grupo, pero para su gestión por parte del docente fue necesario generar algún registro para reconocer inmediatamente los itinerarios realizados por cada alumna/o, dada la irregularidad de la asistencia. Construimos una sistematización del recorrido de los alumnos y alumnas por diversas versiones de un juego con cuadros de síntesis de versiones jugadas en cada grupo y por cada alumna/o y los sucesivos registros producidos por los alumnos y alumnas en ese recorrido. Fue una alternativa para disminuir la complejidad de la gestión sustentando la toma de decisiones en la inmediatez de la clase. Además, nos permitió luego reconocer avances en el aprendizaje de las/los alumnas/os para así conformar grupos con ritmos de trabajo similares con el propósito de que no se dificultara el sostenimiento del trabajo grupal gracias a las similitudes en las técnicas personales (y, por ende, en los tiempos de resolución).

Resultados

Este recorrido permitió habilitar desde la enseñanza la circulación de modos personales de cálculo. En el cálculo de totales contrastan técnicas como el uso de palitos para contar que realiza Claudio, el intento fallido de usar el algoritmo convencional de María debido a la distinta cantidad de cifras de los sumandos, y la identificación inicial de “los dieces” de Dominga (22-04-09):

Claudio jugando a la versión 2 [2 dados, a 5 jugadas]:

Obs: en el último cálculo puede observarse una explicitación de un agrupamiento de los sumandos $8+8+8=24$

Reconstrucción inicial de la técnica de María jugando a la versión 3 [3 dados, a 5 jugadas]:

11
14
13
7
11
119

Obs: María suma sus puntos a partir de como están encolumnados en el registro. Cuando suma va haciendo marquitas sobre algunos números, mientras cuenta el número que agrega o usa los dedos [con números más grandes]. Pero no le convencen sus resultados, revisa sus cuentas luego de que la docente le propone que "sume de otra forma". Copia los puntajes escribiendo la suma en forma horizontal, luego la borra, pareciera no poder operar. Vuelve a la representación de los puntajes en columnas, comienza a sumar por la izquierda, borra el resultado del cálculo de sus puntos y escribe 110. Sigue disconforme y finalmente decide "Ir de a poco" agrupando los sumandos según su orden de aparición:

Dominga jugando a la versión 3 [3 dados, a 5 jugadas]:

Obs: Por ejemplo, para calcular el puntaje de Sebastián, identifica "los dieces" descomponiendo los sumandos y los registra en la columna de la derecha. Luego opera sobre los dígitos $[3+2+5]$ para lo cual realiza marcas al lado de los dos primeros, obteniendo otro diez que coloca al final de la columna de la derecha.

Por otro lado, luego de la implementación de este juego fue viable otro sentido del proyecto de enseñanza: promover la *publicidad* (hacer públicos) de técnicas y la circulación de técnicas potentes de resolución como aquellas que involucran el uso de agrupamientos de 10 (tendientes a la apropiación del algoritmo convencional de la suma). Antes de este trabajo se avanzó en la construcción y memorización de un repertorio aditivo común y en torno

a la diversificación de los tipos de problemas aditivos abordados.

Para este intercambio seleccionamos registros producidos en versiones del juego de dados en que se trabajaron escalas de 2 y de 5 (cada punto del dado vale 2 ó 5, a 5 jugadas):

Dominga jugando a la versión 4 [cada punto del dado vale 2, a 5 jugadas]:

María jugando a la versión 4:

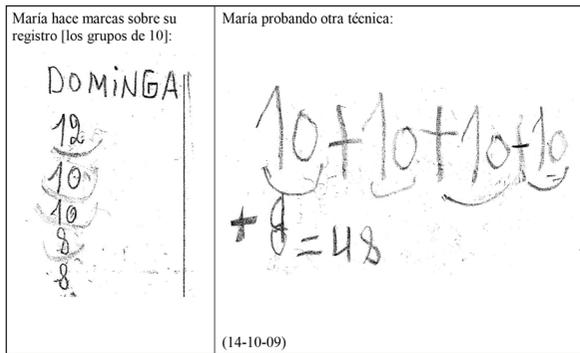
(28-09-09)

El análisis de estos registros se realizó con la siguiente dinámica: la docente entregaba a cada alumna una copia ampliada de cada técnica y una hoja en blanco y un crayón (material que no permite borrar) para que hicieran los registros que necesitaran.

En un encuentro observado (14-10-09) se discutió sobre la técnica de María, pero previamente la docente recordó el análisis efectuado de los otros registros y María recordó: "buscaba números que den diez".

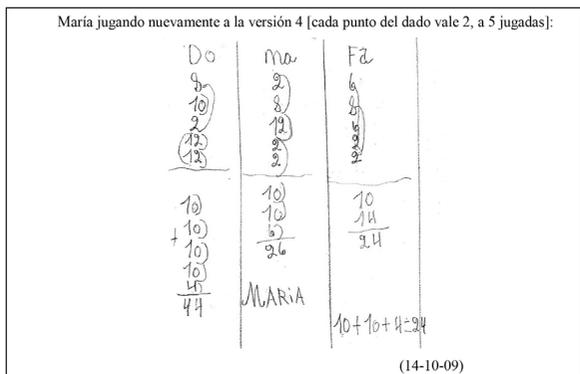
Analizan uno de los cálculos efectuados por María, el del puntaje total obtenido por Dominga. Inicialmente, al enfrentarse con esta nueva técnica, Dominga comenta: "[dirigiéndose a María] ¡Hiciste un desastre!"; pero luego rectifica y valora: "es fácil también así". Para posteriormente sugerirle: "[dirigiéndose a María] ¿por qué no sumás de a diez?".

A partir de este intercambio, María analiza su registro anterior y busca una forma alternativa de resolución recuperando un recurso que circula y que parece adoptar por la importancia que adquiere al hacerse público (usar los dieces), constituyéndose en un desafío personal aplicar esa técnica:



El avance sobre el conocimiento del repertorio aditivo (donde ocuparon un lugar privilegiado las sumas que dan 10)³ posibilitaba interpretar técnicas alternativas. Observamos, inclusive, que algunas alumnas intentan adoptarlas como técnicas alternativas a las personales, aunque vemos que de modo inestable.

En ese mismo encuentro, juegan nuevamente a la misma versión (cada punto del dado vale 2, a 5 jugadas) y María adopta ya en el cálculo la técnica que advierte como valorada “el reconocer y formar dieces” que usa Dominga. Agrupa los sumandos con este criterio, a diferencia de su técnica inicial, que había sido agrupar los sumandos de la misma cantidad de cifras:



Este fenómeno también se evidenció en el trabajo con problemas que buscaban diversificar los sentidos trabajados de lo aditivo donde se sostiene esta dinámica de intercambios mediante la siguiente consigna:

Docente: van a trabajar en forma individual pero después cada uno va a tener que contar cómo lo pensaron. Entonces vamos a tener que escribir

[les distribuye media hoja A4 a cada uno]. Escribir para resolver y para que sea claro para que los otros puedan entender (21-10-09).

En la gestión de este trabajo se incorpora además un espacio de discusión, a partir de este intercambio, de técnicas más económicas y de generación de acuerdos sobre modos de registro. Luego se implementa otro problema similar al dado en la misma clase, para que las alumnas se centraran en el tipo de registro escrito que usaban, más que en su interpretación.

En este recorrido puede advertirse que esta fase de expresión pública de técnicas, a partir de promover que las alumnas vuelvan sobre su propio registro y de que le cuenten a otros sus conocimientos empleados en la resolución, posibilita no sólo que pervivan conocimientos personales implícitos en esas técnicas, sino que otras alumnas puedan adoptarlos. Cabe además señalar la complejidad de la gestión en un aula de EDJA de la negociación del cambio de carácter de los registros de técnicas: ¿cómo negociar el carácter público de los registros personales de resolución? Un conjunto de estrategias emergió para la gestión de estas fases: la incorporación del carácter público del registro en las condiciones de resolución de la tarea comunicada a las alumnas; la recuperación de condiciones de la actividad que promueven el uso de técnicas escritas; la discusión de criterios de selección de los registros personales de resolución que se hacen públicos; y la instauración de registros públicos de conocimientos que circulan.

En los episodios narrados se evidencian los intentos valiosos que hacen las alumnas por adoptar técnicas alternativas a las personales. Estos episodios contribuyen a cuestionar algunas prácticas de enseñanza habituales en la EDJA u ofertas educativas que frente a la heterogeneidad de la clase promueven un trabajo individual. Esta opción por un trabajo individual desconoce la potencialidad para los aprendizajes de un grupo que supone el intercambio entre los alumnos e implica una negación del carácter necesariamente colectivo y comunitario de los procesos didácticos.

Recomendaciones para la acción

- Generar espacios colectivos entre docentes para tomar decisiones de enseñanza.
- Diagnosticar modos de resolver antes de implementar un nuevo proyecto de enseñanza mediante situaciones abiertas o situaciones de búsqueda (o sea, que puedan ser abordadas con conocimientos disponibles de los sujetos, pero que les dé algún trabajo matemático).
- Pensar, frente a un nuevo objeto de enseñanza, cuáles son los saberes disponibles que deben tener los estudiantes.
- Frente a grupos muy heterogéneos, diseñar diferentes versiones de un mismo juego o situación problemática; esto nos permite gestionar en la diversidad, respetar diferentes puntos de partida y compartir un mismo proyecto de enseñanza.
- Llevar registro de los diferentes recorridos individuales en torno a las versiones propuestas, sobre todo en situaciones de irregularidad en la asistencia y frente a la heterogeneidad de modos de resolución.
- Permitir que convivan en la clase diferentes modos de resolución, y que se camine un recorrido hacia los algoritmos convencionales que sea el resultado de un trabajo colectivo compartido que le otorgue sentido a los mismos.
- Discutir junto a otros docentes criterios de selección de los registros personales de resolución que se hacen públicos y cuándo se promueven estos intercambios, considerando las posibilidades de interpretación de los otros alumnos.
- Promover un clima de trabajo donde se respeten los aportes de todos, se propicie la confianza en las posibilidades de producción que tienen los jóvenes y adultos, y se reconozcan los distintos modos de resolver, favoreciendo espacios de intercambio.
- Incorporar en el aula un espacio público de registro de los saberes que se han ido construyendo colectivamente que pueda ser evocado por los alumnos y

que permita incluir a aquellos alumnos que asisten de modo irregular en un recorrido común.

Lecturas sugeridas

- ACHILLI, E. (2008), *Investigación y formación docente*, Rosario, Laborde Editor.
- DELPRATO, MA. F. (2013), *Condiciones para la enseñanza matemática a adultos con baja escolaridad*, Tesis de Doctorado en Ciencias de la Educación, FFyH-UNC, en: <http://ansenuza.ffyh.unc.edu.ar/comunidades/handle/ffyh/809>
- FREGONA, D. Y P. ORÚS (2011), *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas: una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática*, Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- LORENZATTI, M. (2005), "Análisis sociopolítico de la educación de adultos: el lugar del adulto", en M. Lorenzatti (ed.), *Saberes y conocimiento acerca de la cultura escrita: un trabajo con maestros de jóvenes y adultos*, Córdoba, Ferreyra Editor, pp. 19-31.
- TERIGI, F. (2006), "Las otras primarias y el problema de la enseñanza", en F. Terigi (comp.), *Diez miradas sobre la escuela primaria*, Buenos Aires, Fundación OSDE/Siglo XXI, pp. 191-230).

Notas

1. Observación: los palitos que están abajo a la izquierda no fueron el modo de resolución de Alejandra, sino un error de interpretación del pedido de la docente de que transcribiera sus anotaciones que había hecho aparte de este registro, pues escribe 150 palitos en vez de los 15 que había usado para calcular.
2. O sea, cálculos aditivos simples memorizados que luego caracterizamos.
3. Este repertorio fue trabajado con el juego "formar 10", retomado en la búsqueda de complementos aditivos en los problemas sencillos orales y destacado en la presentación pública de la técnica de Dominga. Esta reiteración comunica la expectativa docente del uso de este repertorio, como se evidencia en las respuestas de María.